

Übungen zur Vorlesung Theoretische Informatik II Blatt 5

Aufgabe 1:

Beschreiben Sie mit wesentlichen Ideen einen Algorithmus, der die folgende Menge aufzählt:

$H = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ ist bin. Standardcodierung einer TM } M \text{ und } x \in \{0,1\}^*, \text{ so dass } M \text{ bei Eingabe } x \text{ anhält}\}.$

Aufgabe 2: (Anwendungen des PKP)

Zeige: Für beliebige kontextfreie Grammatiken G_1 und G_2 sind die Fragestellungen

- $L(G_1) \cap L(G_2) = \emptyset$,
- $L(G_1) = L(G_2)$ und
- $L(G_1) \cup L(G_2)$

nicht entscheidbar.

Aufgabe 3:

Begründen Sie die Semi-Entscheidbarkeit des folgenden Problems:

- Gegeben eine natürliche Zahl $n \geq 1$
- Gefragt: Kommt im Nachkommanteil der Dezimaldarstellung von π n -mal hintereinander die Ziffer "6" vor?

(Ein beliebig genaues Näherungsverfahren für π soll mit *Pi-Näherung(k)*, welches die ersten k Nachkommaziffern von π zurückgibt, vorliegen.).

Anm.: Semi-Entscheidbarkeit eines Problems bedeutet, dass es eine TM gibt, die die partiell-charakteristische Funktion der Sprache berechnet.

Aufgabe 4:

a) Bestimmen Sie die Ordnung folgender Funktionen:

- $f(n) = (2^n)^{1/2} \cdot (n/e)^n \cdot (1 + 1/12n)$, e ist konstant
- $f(n) = 2^{n+17} (n^{10} + n^9 \log_2 n)$

b) Zeigen Sie:

- $f = O(f)$
- $\log_2 x = O(x)$ für beliebiges $x > 0$, $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$.
- $2^n = O(n^m)$ für jedes feste $m \in \mathbb{N}$.